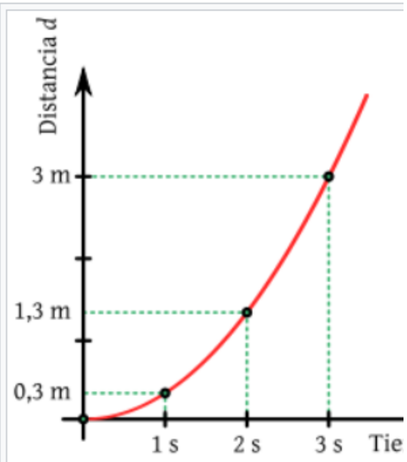
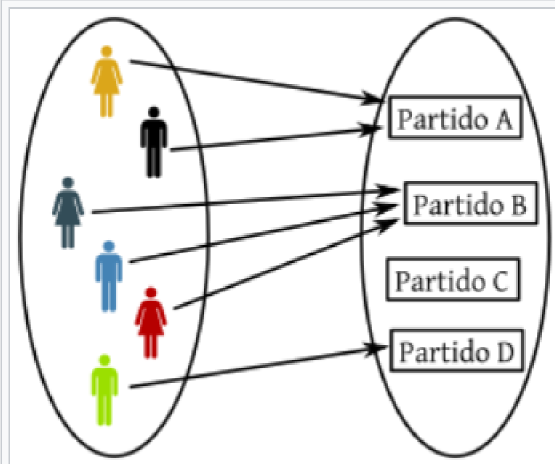
Funciones



Representación gráfica de la posición de u cuerpo acelerado a 0,66 m/s^2



Dado un conjunto de votantes y un conjunto de posible partidos, en unas elecciones, el sentido del voto de cada individuo se puede visualizar como una función.


Gottfried Leibniz acuñó el término «función» en el siglo xvii.

En matemática, se dice que una magnitud es **función** de otra si el valor de la primera depende del valor de la segunda. Por ejemplo, el área A de un círculo es función de su radio r (el valor del área es proporcional al cuadrado del radio, $A = \pi \cdot r^2$). Del mismo modo, la duración T de un viaje en tren entre dos ciudades separadas por una distancia d depende de la velocidad v a la que se desplace el tren (a saber, la duración es inversamente proporcional a la velocidad, $T = d / v$). A la primera magnitud (el área, la duración) se la denomina variable dependiente, y la magnitud de la que depende (el radio y la velocidad) es la variable independiente.

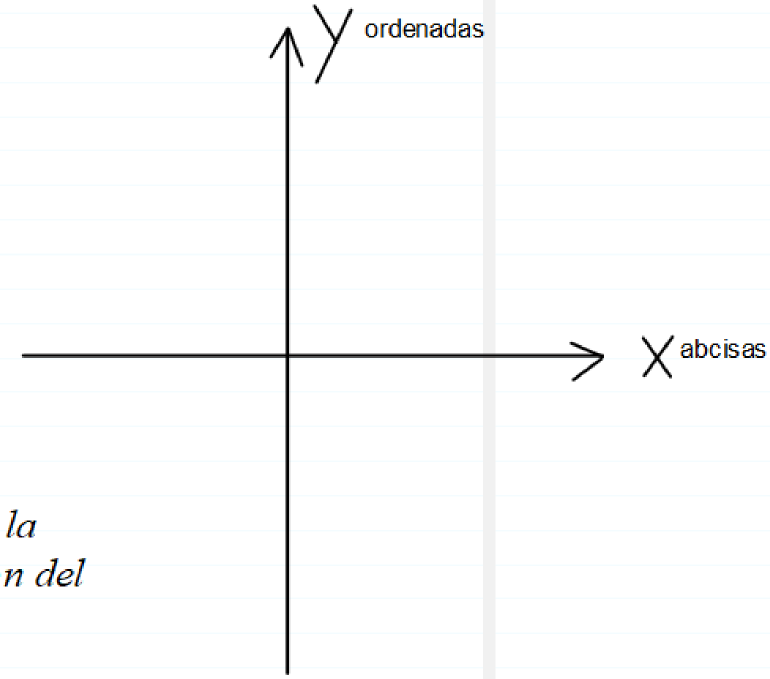
En análisis matemático, el concepto general de **función**, se refiere a una regla que asigna a cada elemento de un primer conjunto un único elemento de un segundo conjunto. Las funciones son relaciones entre los elementos de dos conjuntos. Por ejemplo, cada número entero posee un único cuadrado, que resulta ser un número natural (incluyendo el cero):[1]

Funciones

A----------->B

x y

DOMINIO	CODOMINIO
PREIMAGEN	IMAGEN
	RANGO O ÁMBITO



Nomenclatura

$f(x)=\#$

$h(x)=\#$

$g(x)=\#$. La x dentro del parentesis es la letra con que esta formada la ecuación del criterio, esa letra puede cambiar.

$f(t)=3t-1$

$h(x)=2x+5$

partir algo a la mitad

$$\frac{x}{2}$$

$$S(x)=2500x-8\%S-4\%a-4500-45000$$

Existencia de una función

S__________hrs no es función

Madres________________HIjos

Maquina de Chorizo

Maquina 1

$f(x)=3x+1$ criterio

$f(1)=$

$f(2)=$

$f(3)=$

$f(4)=$

$f(5)=$

Maquina 2

$f(x)=2x+3$ criterio

$f(1)=$

$f(2)=$

$f(3)=$

$f(4)=$

$f(5)=$

Dom----------->Ambito

x y

$f(x)=6x+3=33$ (5,33)

hallar $f(5)=$

escribo criterio

CALC

x ?

5

=

$f(x)=6x-1=29$

alfha Calc

hallar $f(5)=$ escribo criterio

CALC

x ?

5

=

$6x-1=29$

Ecuación

Shifh calc

solve for x

=

x=	#
L-R	0

1.

$f(x)=8x+2$

$f(6)$

$f(x)=12$

2.

$g(x)=6+7x$

I. $g(x)=-8$ $6+7x=-8$ Shifh calc solve for x

$x=-2$

II. $g(-3)=$

$6+7\lambda$ calc $-3=-15$

Verificar

Verificación de ámbito (y)

$$f:\{\overset{x}{1},\overset{x}{2},\overset{x}{3}\} \quad f(x)=3x+1 \quad f(x):\{\overset{y}{4},\overset{y}{7},\overset{y}{11}\}$$

_NO funciona

$$\left.\begin{array}{l}\text{Calc } 1 = 4\\ \text{Calc } 2 = 7\\ \text{Calc } 3 = 10\end{array}\right\}$$

Si $g(x) = 7x-2$

Orden no interesa

$g:\{0,1,2\}$ $g(x)=\{-2,5,12\}$

Si es función.

Considere las siguientes proposiciones referidas a la función f dada por f: D → {0}, con $f(x) = \frac{x^2-4}{x+2}$:

I. $-2 \in D$	II. $\{2\} \subset D$	III. $D = \{-2\} \cup \{2\}$

De ellas son verdaderas sola la

A) I.
B) II.
C) III.
D) I y III.

$$f(x) = \frac{x^2-4}{x+2} \longrightarrow \boxed{-2} \longrightarrow \boxed{\text{Sol: Error}}$$

$$f(x) = \frac{x^2-4}{x+2} \longrightarrow \boxed{2} \longrightarrow \boxed{\text{Sol: 0}}$$

1.

Considere las siguientes proposiciones referidas a la función F dada por :D---> { 0 }, con

$$f(x) = \frac{-x^3+x}{x};$$

I. $-1 \in D$	II. $\{1\} \subset D$	III. $D = \{-1\} \cup \{0\} \cup \{1\}$

De ellas son verdaderas:

A) I.
B) II.
C) III.
D) I y la II.

2.

Considere las siguientes proposiciones referidas a la función f dada por f: D → {0}, con $f(x) = \frac{x^2-1}{x+1}$:

I. $-1 \in D$	II. $\{1\} \subset D$	III. $D = \{-1\} \cup \{1\}$

De ellas son verdaderas solo la

A) I
B) II
C) III
D) I y la III

3.

Considere las siguientes proposiciones referidas a la función f dada por f: D → {0}, con $f(x) = \frac{x^2-4}{x}$:

I. $0 \in D$	II. $\{-2\} \subset D$	III. $D = \{-2\} \cup \{0\} \cup \{2\}$

De ellas son verdaderas solo la

A) I.
B) II.
C) III.
D) I y III.

4.

Considere las siguientes proposiciones referidas a la función f dada por f: D → {0}, con $f(x) = \frac{x^2-9}{x+3}$:

I. $-3 \in D$	II. $\{3\} \subset D$	III. $D = \{-3\} \cup \{3\}$

De ellas son verdaderas

A) sola la I.
B) solo la II.
C) solo la III.
D) solo la I y III.

5.

Considere las siguientes proposiciones referidas a la función f dada por f: D → {0}, con $f(x) = \frac{-x^2+4}{x-2}$:

I. $-2 \in D$	II. $\{2\} \subset D$	III. $D = \{-2\} \cup \{2\}$

De ellas son verdaderas solo la

A) I.
B) II.
C) III.
D) II y la III.

Considere las siguientes proposiciones referentes a las relaciones T y J:

I. Sea $D = [-1, 1]$ y $E = \{0\}$ y J la relación de D en E determinada por la regla $J = \{(x, y): y = x^2 - 1\}$.

II. Sea $A = \{0, -1\}$ y $B = \{-3, -1\}$ y T la relación de A en B determinada por la regla $T = \{(x, y): y = 2x - 1\}$.

De ellas corresponden a una función

A) ambas.

B) ninguna.

C) solo la I.

D) solo la II.

Sea $C = [-3, 3]$ y $D = \{0\}$ y $N = \{(x, y): y = x^2 - 9\}$.

Para la prueba del intervalo, no solamente debemos probar los extremos -3 y 3,sino algún otro número dentro del intervalo por ejemplo -2 que al calcularlo da -5 y no cero 0.

Según Dina: Al ser tantos numeros es casí imposble que todos den cero.

1. Considere las siguientes proposiciones referentes a las relaciones T y J:

I. Sea $D = [-5, 5]$ y $E = \{0\}$ y J la relación de D en E determinada por la regla $J = \{(x, y): y = x^2 - 25\}$.

II. Sea $A = \{2, 3\}$ y $E = \{-1, 0, 1\}$ y T la relación de A en B determinada por la regla $T = \{(x, y): y = 2x - 5\}$.

De ellas corresponden a una función

2. Considere las siguientes proposiciones referentes a las relaciones T y J:

I. Sea $D = [-2, 2]$ y $E = \{0\}$ y J la relación de D en E determinada por la regla $J = \{(x, y): y = x^2 - 4\}$.

II. Sea $A = \{0, -1\}$ y $B = \{1, 2\}$ y T la relación de A en B determinada por la regla $T = \{(x, y): y = -x + 1\}$.

De ellas corresponden a una función

3. Considere las siguientes proposiciones referidas a las relaciones M y N:

I. Sea $A = \{0, 5\}$ y $B = \{0, 10\}$ y M la relación de A en B determinada por la regla $M = \{(x, y): y = x + 5\}$.

II. Sea $C = [-3, 3]$ y $D = \{0\}$ y N la relación de C en D determinada por la regla $N = \{(x, y): y = x^2 - 9\}$.

De ellas corresponden a una función

4. Considere las siguientes proposiciones referentes a las relaciones T y J:

I. Sea $A = \{1, 4\}$ y $B = \{2, 5\}$ y T la relación de A en B determinada por la regla $T = \{(x, y): y = x + 1\}$.

II. Sea $D = [-3, 3]$ y $E = \{0\}$ y J la relación de D en E determinada por la regla $J = \{(x, y): y = x^2 - 9\}$.

De ellas son funciones

A) ambas.

B) ninguna.

C) solo la I.

D) solo la II.

5. Considere las siguientes proposiciones referentes a las relaciones T y J:

I. Sea $A = \{3, 4\}$ y $B = \{1, 2\}$ y T la relación de A en B determinada por la regla $T = \{(x, y): y = x - 2\}$.

II. Sea $D = [-2, 2]$ y $E = \{0\}$ y J la relación de D en E determinada por la regla $J = \{(x, y): y = x^2 - 4\}$.

De ellas corresponden a una función

A) ambas.

B) ninguna.

C) solo la I.

D) solo la II.

6. Considere las siguientes proposiciones referentes a las relaciones R y Q:

I. Sea $A = \{-1, 0\}$ y $B = \{1, 2\}$ y R la relación de A en B determinada por la regla $R = \{(x,y): y = -x + 1\}$.

II. Sea $D = \{0, 1\}$ y $E = \{1, 2\}$ y Q la relación de D en E determinada por la regla $Q = \{(x,y): y = x^2 + 1\}$.

¿Cuál o cuáles de ellas corresponde a una función?

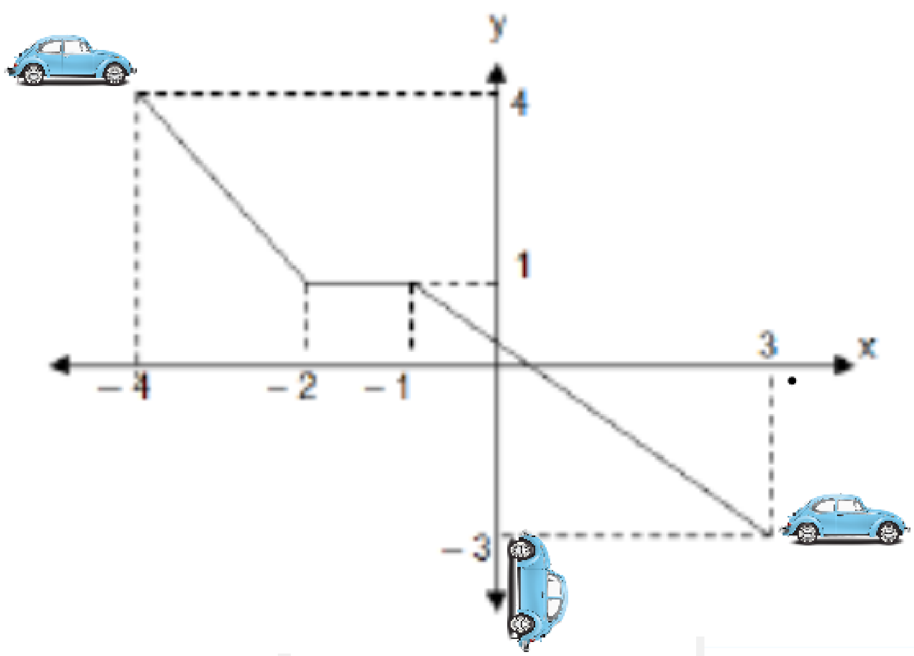
A) Ambas

B) Ninguna

C) Solo la I

D) Solo la II

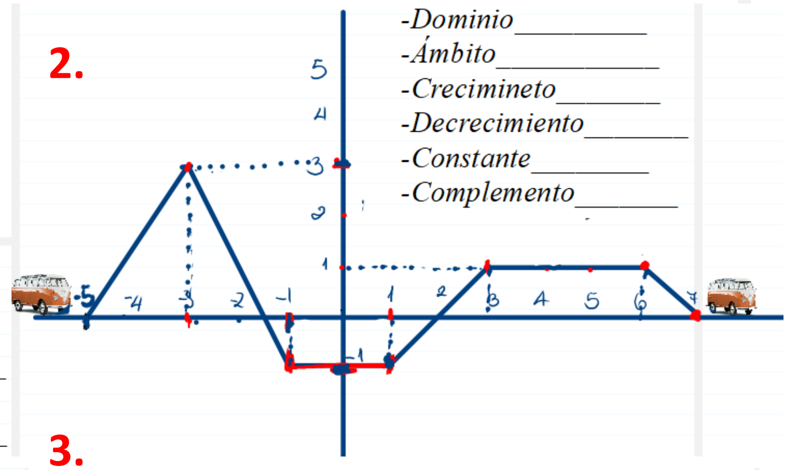
Análisis de gráficas



-Dominio__________
-Ámbito____________
-Crecimineto________
-Decrecimiento________
-Constante_________
-Complemento________

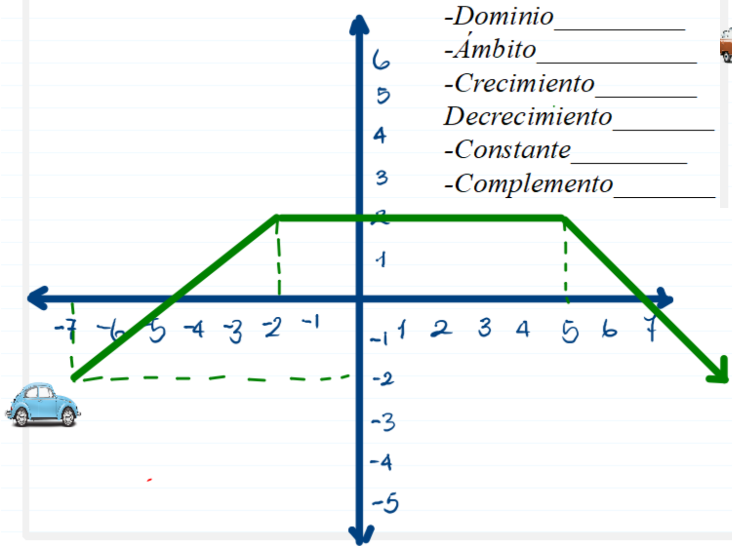
Complemento al Universo real:
Sería del - ∞ al + ∞

2.



-Dominio__________
-Ámbito____________
-Crecimineto________
-Decrecimiento________
-Constante_________
-Complemento________

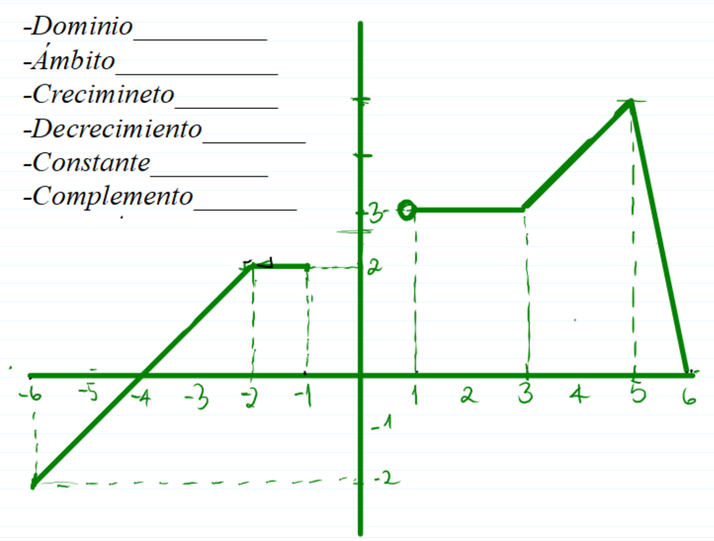
1.



-Dominio__________
-Ámbito____________
-Crecimiento________
Decrecimiento________
-Constante_________
-Complemento________

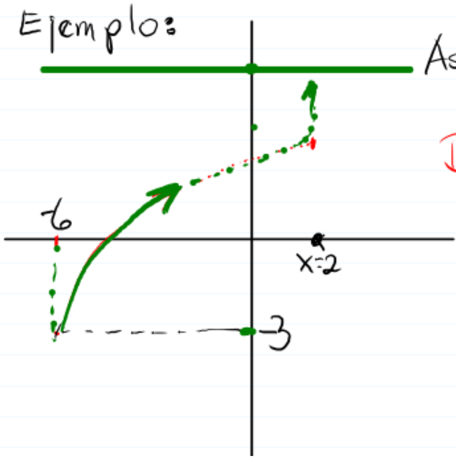
3.

-Dominio__________
-Ámbito____________
-Crecimineto________
-Decrecimiento________
-Constante_________
-Complemento________



Asintota: frontera. Nosotros debemos trazar. (Nos indican)

Ejemplo:

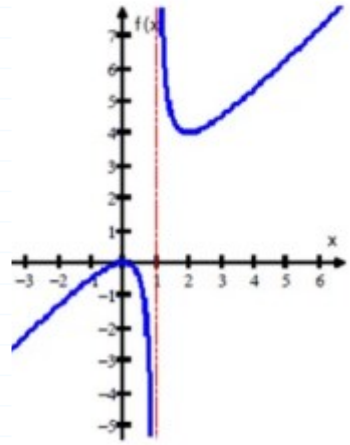


Asintota es en $x = 2$.

Dom: $[-6, 2[$ Asintota

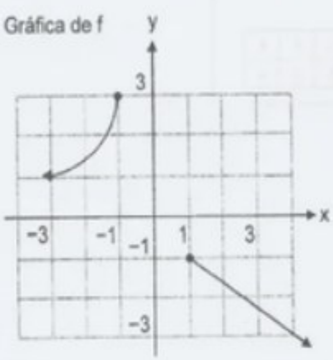
Ámbito $[-3, +\infty[$

Asintota es $y = 5$



Para responder los ítems 18 y 19 considere la siguiente representación referida a la función f (la gráfica de f tiene como asíntota el eje "x"):

Gráfica de f



1. El dominio de f corresponde a

A) $[-3, -1] \cup [1, 3]$

B) $]-\infty, -1] \cup]1, 3[$

C) $]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$

D) $]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[$

2. El ámbito de f corresponde a

A) $[-1, -1[\cup]1, 3]$

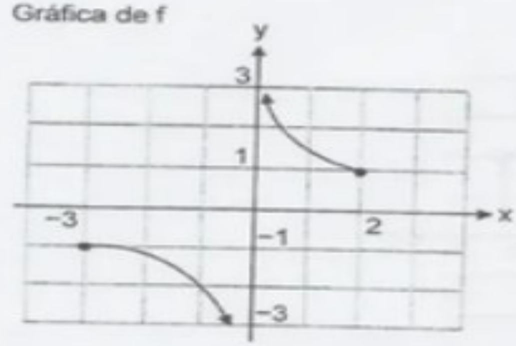
B) $]-\infty, -1] \cup]0, 3]$

C) $[-3, -1[\cup]1, +\infty[$

D) $]-\infty, -1] \cup]1, 3]$

Para responder los ítems 11 y 12 considere (la gráfica de f tiene como asíntota el eje "y")

Gráfica de f



3. El ámbito de f corresponde a

A) $]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[$

B) $]-\infty, -1] \cup [2, +\infty[$

C) $]-\infty, -3] \cup [1, +\infty[$

D) $]-\infty, -3] \cup [2, +\infty[$

4. El dominio de f corresponde a

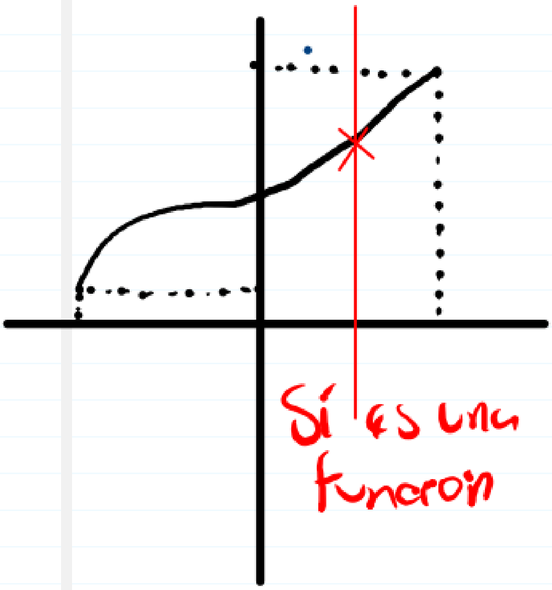
A) $[-1, 0[\cup]0, 2]$

B) $[-1, 0[\cup]0, 3]$

C) $[-3, 0[\cup]0, 2]$

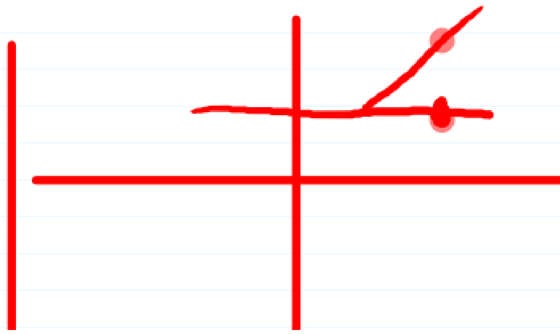
D) $[-3, 0[\cup]0, 3]$

Existencia de una función por su gráfica



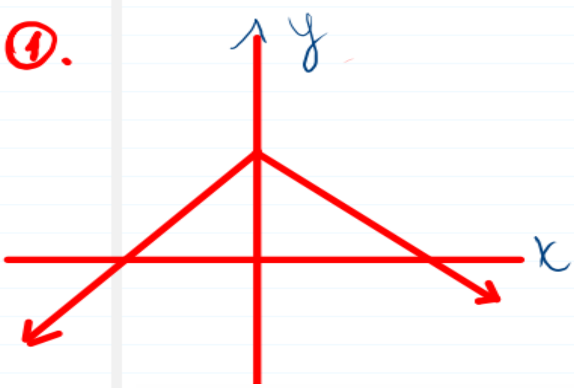
Verificar:

- Trazar líneas verticales
- Deben tocar solo un punto

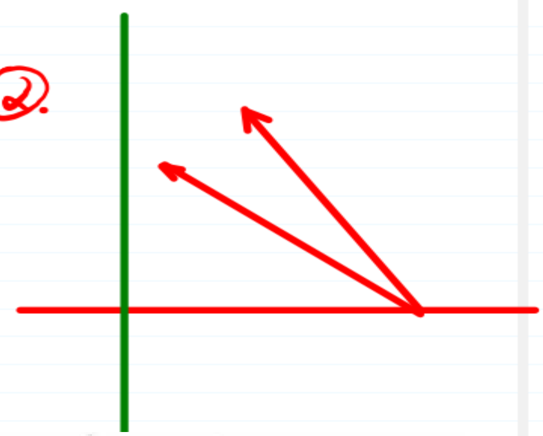


NO es función

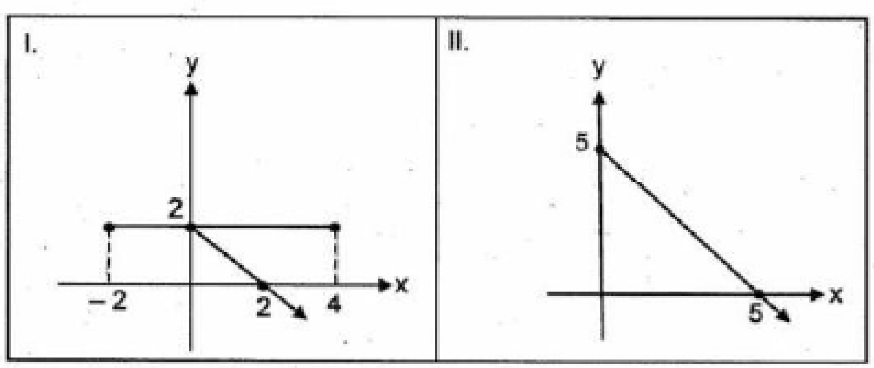
①.



②.



3. Considere las siguientes gráficas de relaciones:



¿Cuál o cuáles de las anteriores gráficas corresponden a la gráfica de una función?

Función inversa

$f \longrightarrow f^{-1} \longrightarrow f$

$x \to y \quad y \to x \quad x \to y$

$f(x) = 3 \cdot x + 1$

$f^{-1}(x) = \dfrac{x-1}{3}$

- Cada elemento deberá estar contrario, como se presenta.

$h(x) = 2x - 6$

$$h^{-1}(x) = \underbrace{\frac{x+6}{2}}_{\text{criterio}} = \frac{1x}{2} + \frac{6}{2}$$

"Separar" a b

$a = \frac{1}{2}$

$b = 3$

Coeficientes numéricos.

1.

$f(x) = 6x - 12$

$f^{-1}(x) =$

$a =$ $b =$

2.

$h(x) = \dfrac{2 \cdot x + 3}{5}$

$h^{-1}(x) =$

$a =$ $b =$

$$f(x) = \frac{5x-8}{7}$$

criterio

a=

b=

1. La inversa de la función f dada por $f(x) = \frac{2x}{3} + 2$ corresponde a $f^{-1}(x) =$

A) $\frac{2x}{3} - 3$

B) $\frac{3x}{2} - 3$

C) $\frac{2x}{3} + 3$

D) $\frac{3x}{2} + 3$

2. La inversa de la función f dada por f(x)=2x+16 correspode a f(x)=ax+b entoces se cumple que

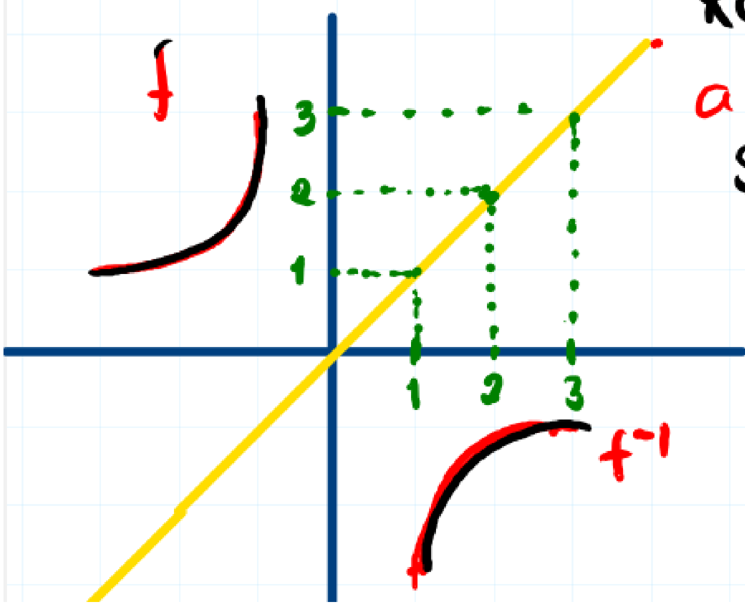
A) $a=2$ $b=8$

B) $a=\frac{1}{2}$ $b=8$

C) $a=2$ $b=-8$

D) $a=\frac{1}{2}$ $b=-8$

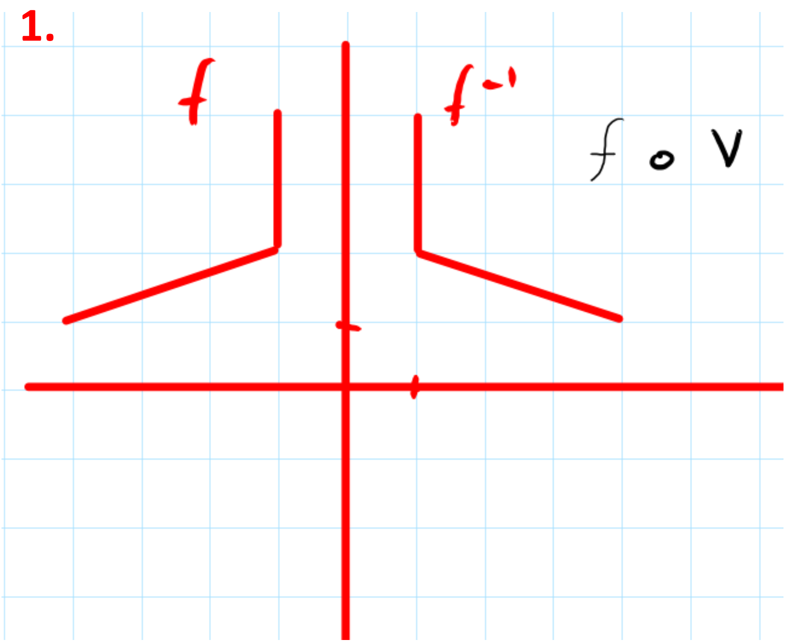
Estudio gráfico de la inversa



Reflejarse con respecto a la recta identidad.
Son simetricas.

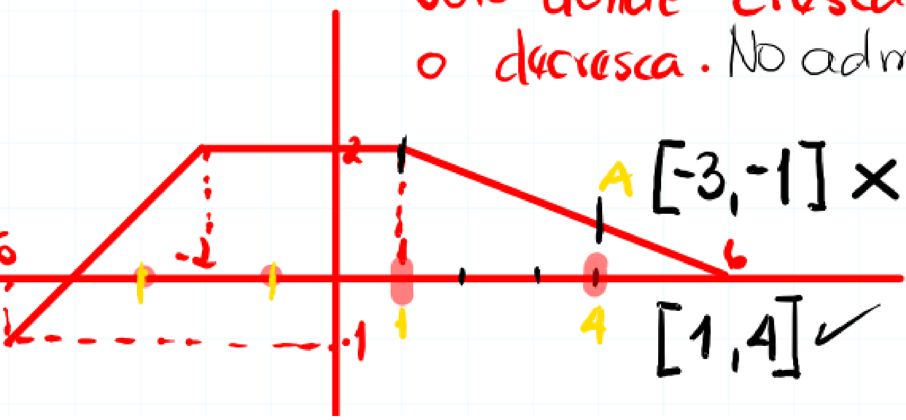
$y = x$

1.



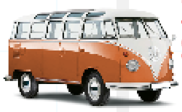
Intervalo donde la función tiene inversa

Solo donde crezca o decrezca. No admite combinada

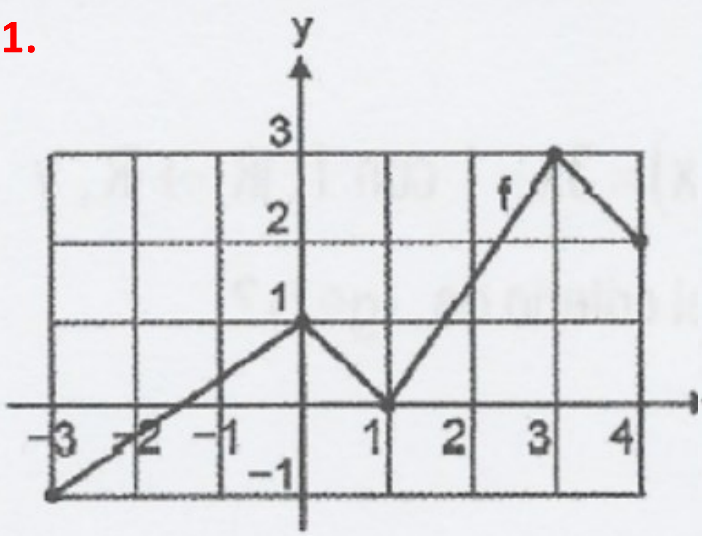


[-3,-1] × rin-rin.

[1,4] ✓



1.



Un intervalo del dominio de f donde tiene inversa

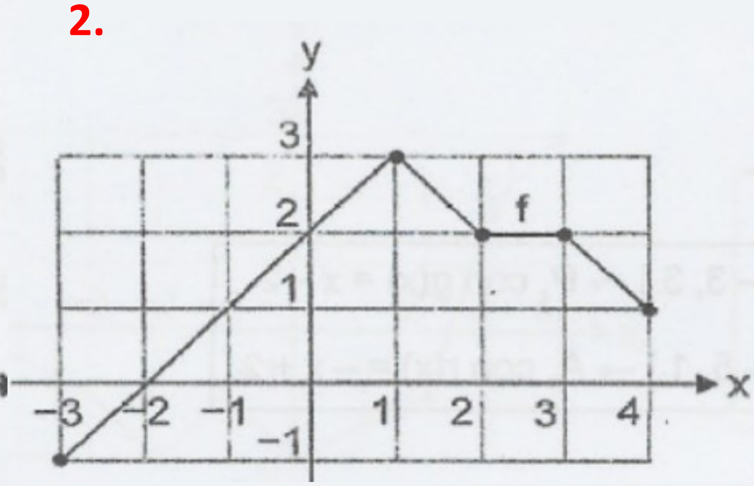
A)] 1, 3 [

B)] 1, 4 [

C)] −2, 2 [

D)] −3, 1 [

2.



Un intervalo del dominio de f donde f tiene inversa

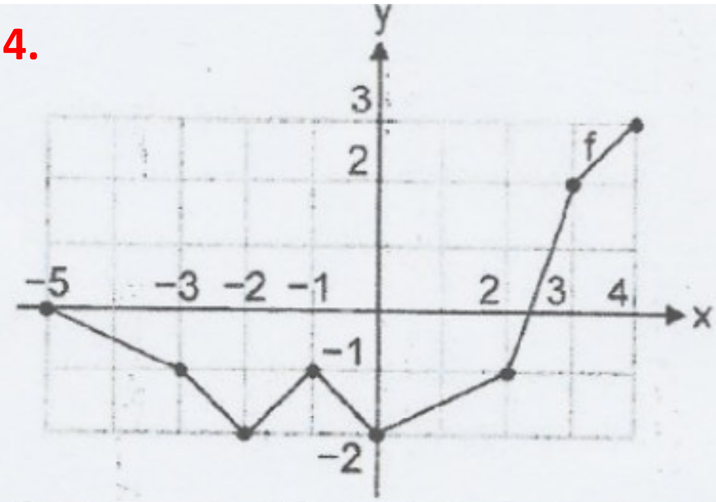
A)] 1, 3 [

B)] 2, 4 [

C)] − 3, 0 [

D)] − 3, 2 [

4.



Un intervalo del dominio de f donde f tiene inversa

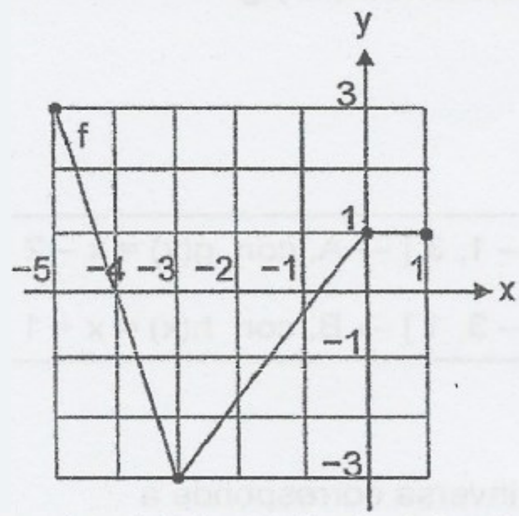
A)] − 1, 2 [

B)] − 2, − 1[

C)] − 3, − 1[

D)] − 4, − 1[

5.



Un intervalo del dominio de f donde f tiene inversa

A) [− 1 , 1]

B) [− 2 , 1]

C) [− 4 , − 2]

D) [− 5 , − 4]

Dominio y ambito inverso apartir del criterio

Sea $f:[1,2] \to T : f(x) = 5x + 1$. Determina dominio y ámbito de la inversa

$$\underset{\text{Dom}}{x} \longrightarrow \underset{\text{Amb}}{y}$$

$f:[1,2] \to T$

$f^{-1}: T \to \underset{\text{Amb}^{-1}}{[1,2]}$

Para el dominio inverso

• Calcu: Escribir el criterio $5x+1$

• Calc: $x?\ 1 = 6$ Calc $x?\ 2 = 11$ $[6,11] = T$

$\text{Dom}^{-1}: [6,11]$

1.

Si $h: \underset{\text{Dom}}{[-1,0]} \to \underset{\underset{\text{Amb}}{[-7,-1]}}{\mathbb{R}}$ $h(x) = \underline{6x-1}$

calc $-1 = -7$

calc $0 = -1$

Dm^{-1}

$\text{Dom}^{-1}: [-7,-1]$

$\text{Amb}^{-1}: [-1,0]$

2.

Considere las siguientes proposiciones referidas a la función f, la cual posee inversa y está dada por f:[0, + ∞ [→ P; con $f(x) = 6\sqrt{x+1} - 3$:

I. El ámbito de la inversa de f corresponde a [0, + ∞ [.

II. El dominio de la inversa de f corresponde a [– 3, + ∞ [.

De ellas son verdaderas

$6\sqrt{x+1} \triangleright -3$

calc

x?

0

=

: $[3, +\infty[\ D^{-1}$

3.

Sea f: [3, + ∞ [→ P; con $f(x) = 3\sqrt{x-2} + 1$, entonces, el dominio de la inversa de f corresponde a

A) [1, + ∞ [

B) [2, + ∞ [

C) [4, + ∞ [

D) [7, + ∞ [

4.

Considere las siguientes proposiciones referidas a la función f, que posee inversa, dada por f: [2, + ∞ [→ P; con $f(x) = 5\sqrt{x-2} + 4$:

I. El ámbito de la inversa de f corresponde a [2, + ∞ [.

II. El dominio de la inversa de f corresponde a [9, + ∞ [.

De ellas son verdaderas

5.

Considere las siguientes proposiciones referidas a la función f, que posee inversa, dada por f:[8, + ∞ [→ P; con $f(x) = 2\sqrt{x+1} - 3$:

I. El ámbito de la inversa de f corresponde a [3, + ∞ [.

II. El dominio de la inversa de f corresponde a [8, + ∞ [.

De ellas son verdaderas

5.