

Geometría Análítica



Descartes mediante un nuevo método hizo pasar de las tinieblas a la luz cuanto en las Matemáticas había permanecido inaccesible a los antiguos y todo cuanto los contemporáneos habían sido incapaces de descubrir; luego puso los cimientos inquebrantables de la Filosofía sobre los cuales es posible asentar la mayor parte de las verdades en el orden y con la certidumbre de las Matemáticas.

Spinoza. Los Principios de la Filosofía cartesiana.

Lo que ha immortalizado el nombre de Descartes es la aplicación que ha sabido hacer del Álgebra a la Geometría, una idea de las más vastas y felices que haya tenido el espíritu humano, y que será siempre la llave de los más profundos descubrimientos no solamente en la Geometría, sino en todas las ciencias físico-matemáticas.

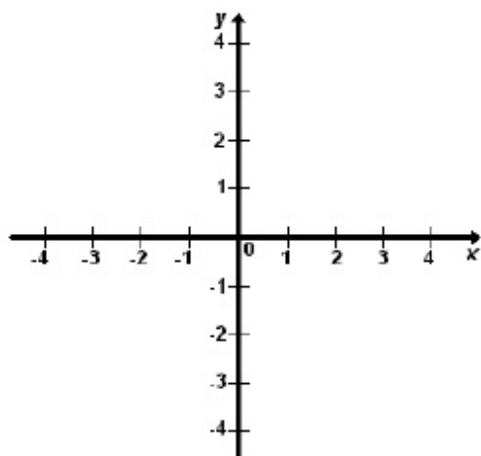
D'Alembert. Discours Préliminaire de l'Encyclopédie (Orbis, 1984, pp.84–85).

La Geometría analítica, mucho más que cualquiera de sus especulaciones metafísicas, immortaliza el nombre de Descartes y constituye el máximo paso hecho en el progreso de las ciencias exactas.

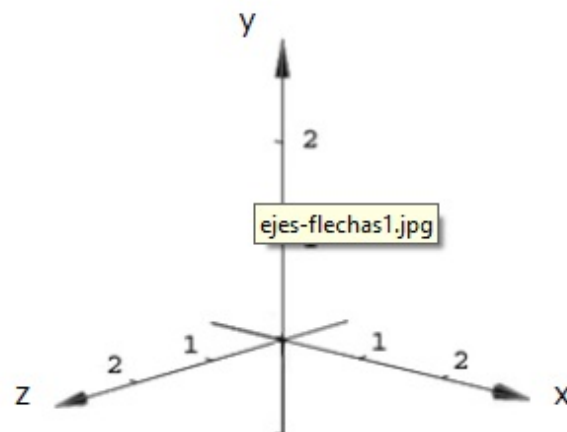
J. Stuart Mill. (citado por E. Bell en Les grands mathématiciens. Payot, París, 1950. Cap.3. p.46).

EJE DE COORDENADAS

Se define por dos o tres ejes igualmente escalados, dependiendo si son bidimensionales o tridimensionales. Los ejes son rectas numéricas que se cortan en cero (origen).



Bidimensional.
Sistema de Coordenadas
Rectangulares



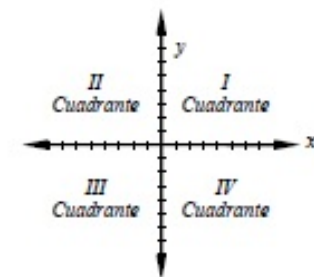
Tridimensional.

En un sistema de coordenadas cartesianas o rectangulares se podrá representar un punto mediante pares ordenados (x,y) o tripletas (x,y,z) según sea el caso.

Tomemos un eje de coordenadas rectangulares.

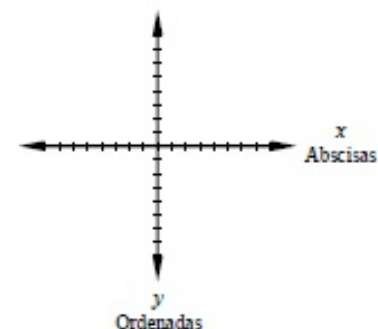
Cada espacio comprendido entre dos rectas se denomina Cuadrante.

Se enumeran de la siguiente manera:



El eje de *abscisas* o *eje x* es el eje horizontal de un sistema de coordenadas cartesianas.

El eje de *ordenadas* o *eje y* es el eje vertical del sistema de coordenadas.



Par Ordenado: La relación entre Abscisas y las Ordenadas es lo que llamamos par ordenado.

$\left(\begin{array}{cc} x & y \\ \text{Abscisa} & \text{Ordenada} \end{array} \right)$ **Nota:** La x siempre debe ir primero

REPRESENTACIÓN EN UN EJE DE COORDENADAS MEDIANTE UN PAR ORDENADO (x,y)

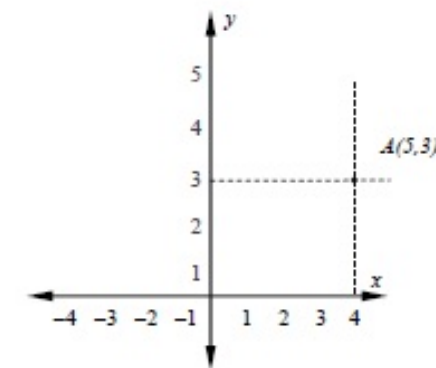
Nos piden representar el punto A, expresado por $A = (4,3)$.

Esto nos dice que la Abscisa (x) es igual a 4.

La Ordenada (y) es igual a 3.

- Situamos los puntos sobre los ejes.
- Trazamos líneas punteadas y donde se intersecan esas líneas será la ubicación del punto A.

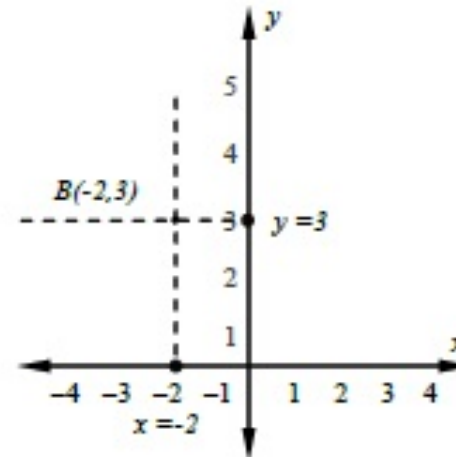
También podemos decir que el punto A se encuentra en el Primer Cuadrante.



Ejemplo: Ubique el punto $B(-2,3)$ en el eje de Coordenadas y diga en que cuadrante esta.

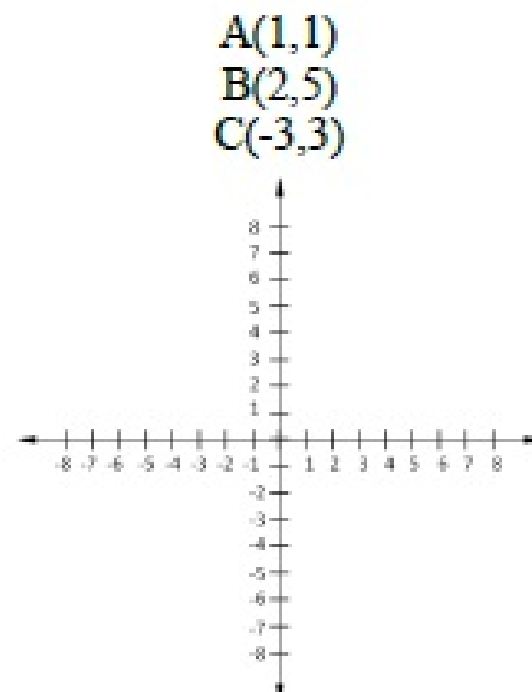
Solución:

- Las coordenadas que nos dan son:
 $x = -2$
 $y = 3$
- Ubicamos sobre los respectivos ejes e intersecamos las líneas.
- Por lo tanto, el punto B se encuentra en el Segundo Cuadrante.

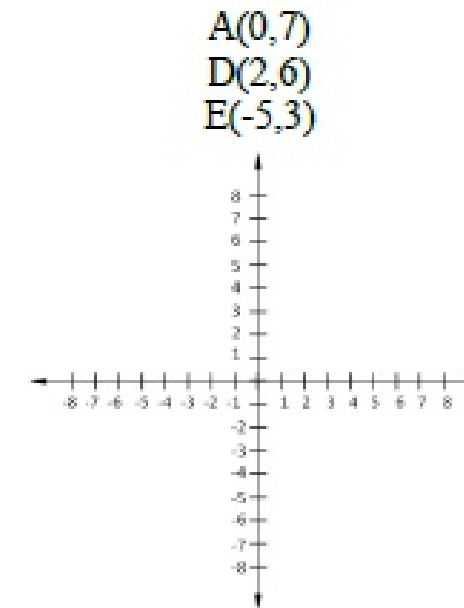


Practica. Ubique los puntos en un mismo eje de coordenadas rectangulares

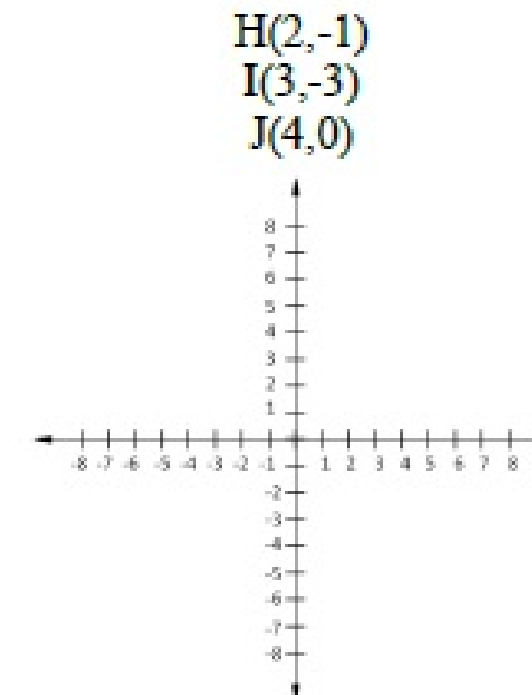
1.



2.



3.



TRAZO DEL PUNTO MEDIO DE UN SEGMENTO EN EL PLANO

Trazo de un Segmento

Para trazar un segmento necesitamos ubicar dos puntos en el eje de coordenadas y luego unir los puntos mediante un segmento.

Ejemplo:

Ubicar los puntos $A(2,4)$ y $B(6,8)$.

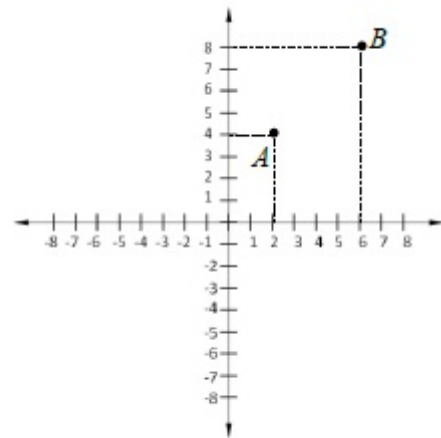
Trazar el segmento AB

Paso 1.

$A(2,4)$

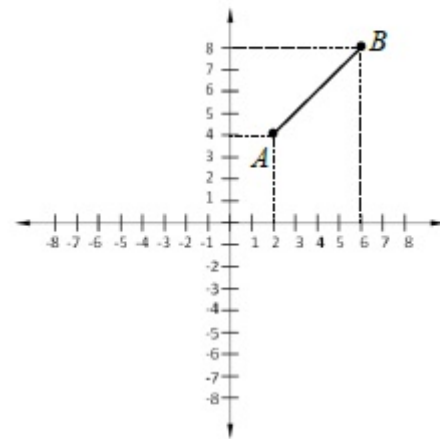
$B(6,8)$

Situamos los puntos sobre los ejes.



Paso 2.

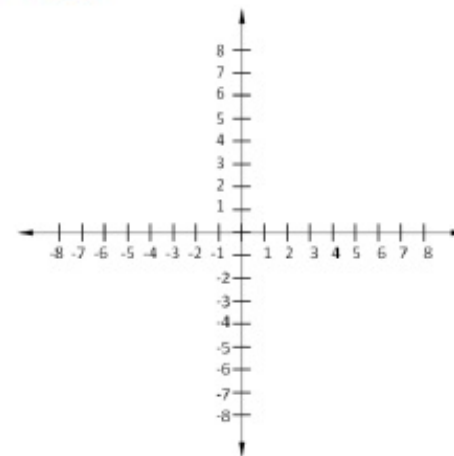
Unir mediante una línea los puntos.



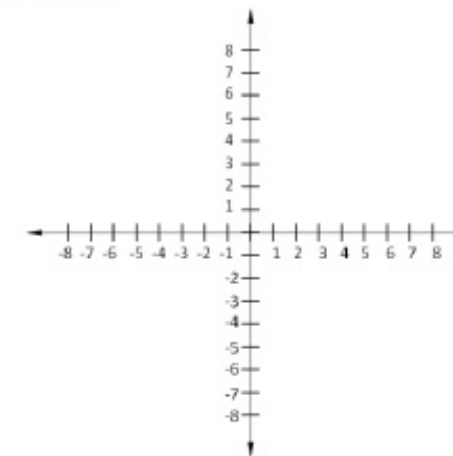
Decimos que el segmento AB se ubica en el Primer Cuadrante.

Practica. Trace los siguientes segmentos en los ejes de coordenadas

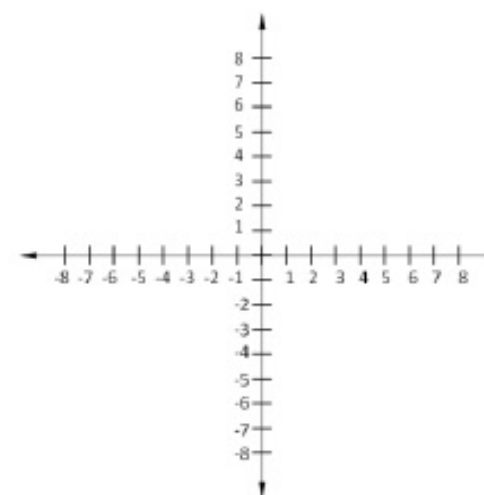
1. $A(-1,5)$
 $B(6,2)$



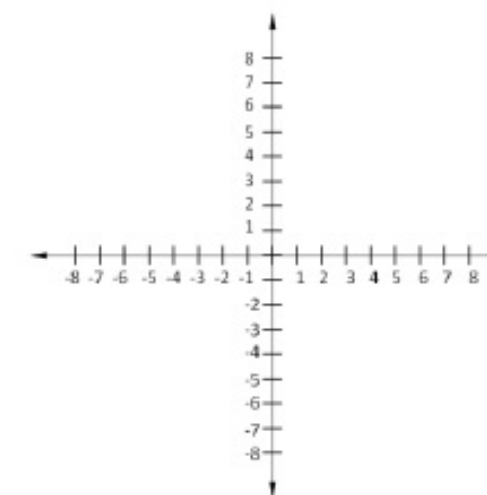
2. $A(-1,8)$
 $D(2,6)$



3. $H(2,7)$
 $I(3,3)$

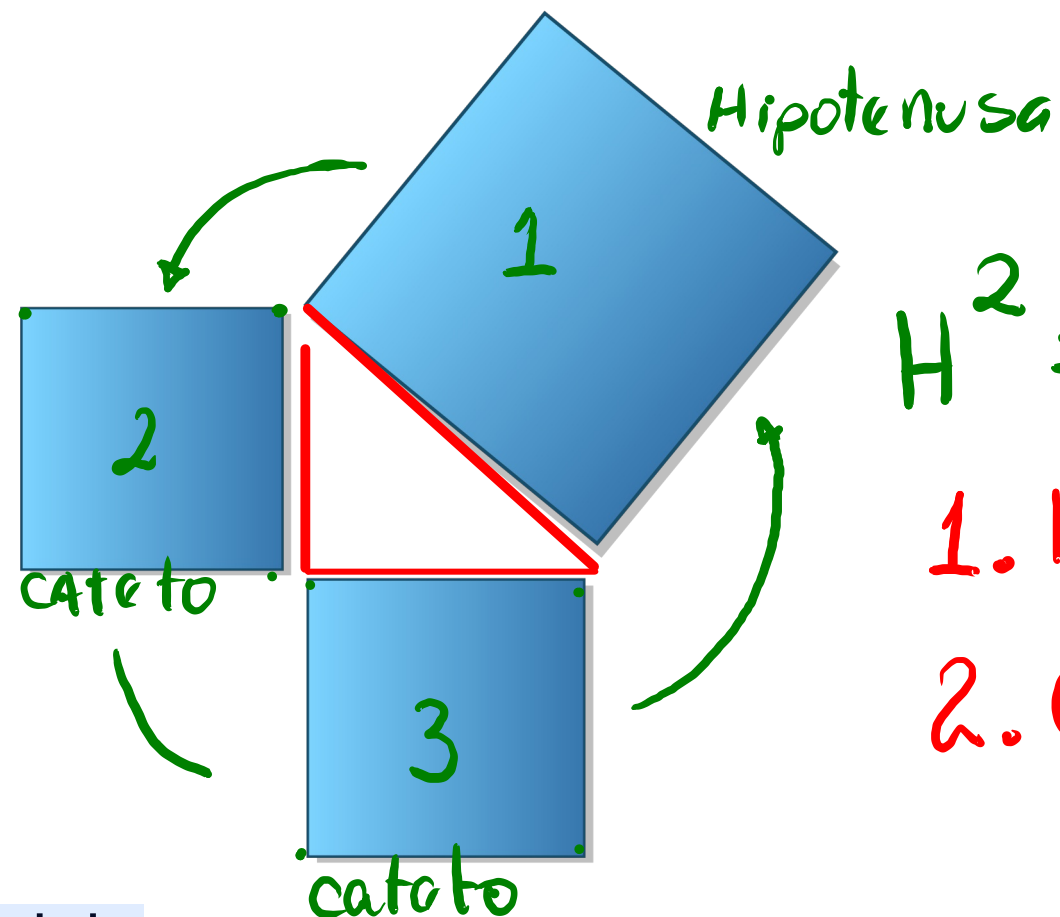


4. $A(4,-1)$
 $B(-2,4)$





El teorema como tal fue descubierto alrededor del año 500 a.c. por Pitágoras y los pitagóricos, quienes dieron la primera demostración formal del mismo. Pitágoras notó que los más incultos de los albañiles egipcios realizaban obras perfectas, con ángulos rectos perfectos, tan solo utilizando unas cuerdas especiales.



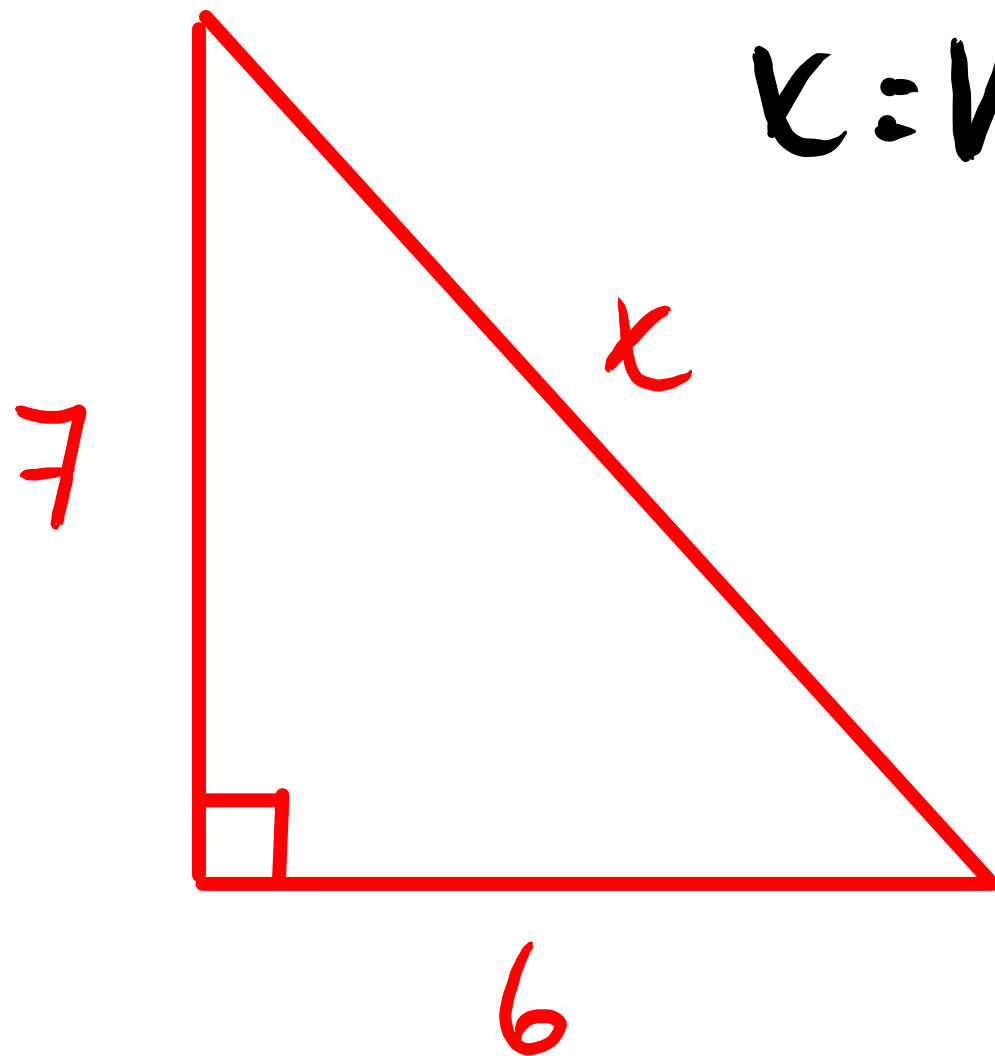
$$H^2 = C^2 + C^2$$

$$1. H = \sqrt{C^2 + C^2}$$

$$2. C = \sqrt{H^2 - C^2}$$

$$1. H = \sqrt{C^2 + C^2}$$

$$2. C = \sqrt{H^2 - C^2}$$



$$x = \sqrt{7^2 + 6^2}$$

$$\downarrow$$

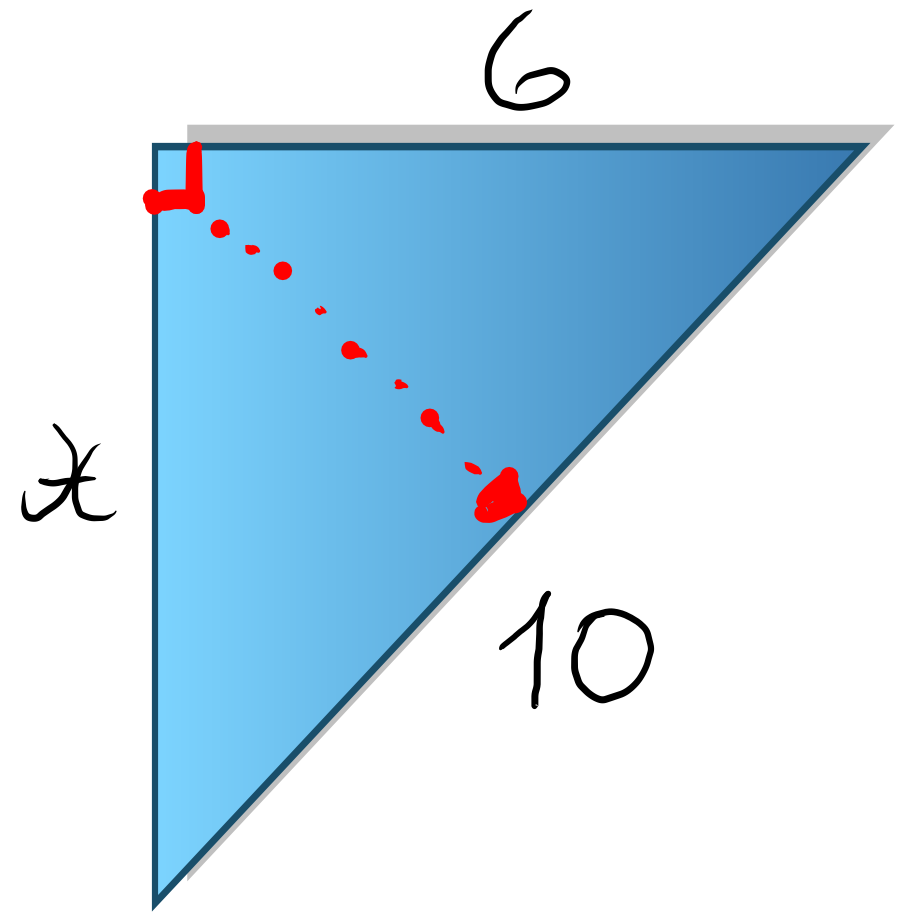
$$49 + 36$$

Suma

$$\sqrt{85}$$

$$85 \sqrt{} \approx 9,21$$

8 <=> 9

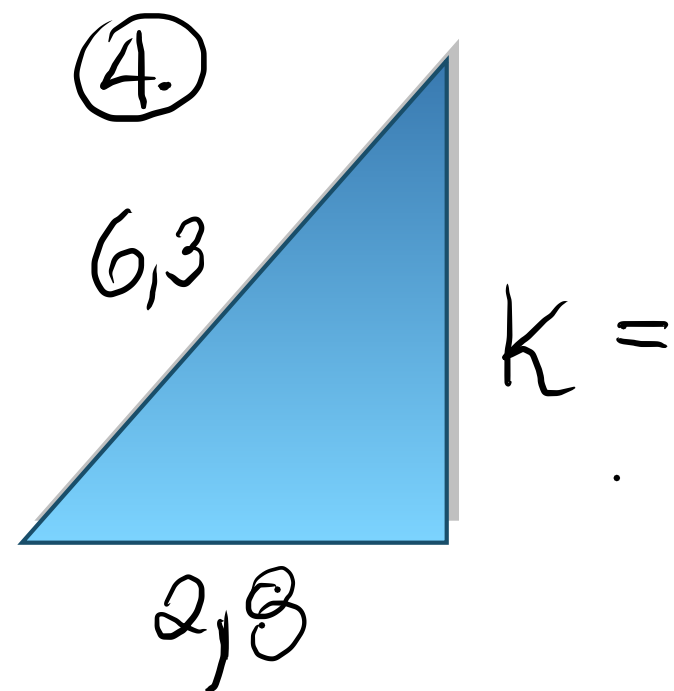
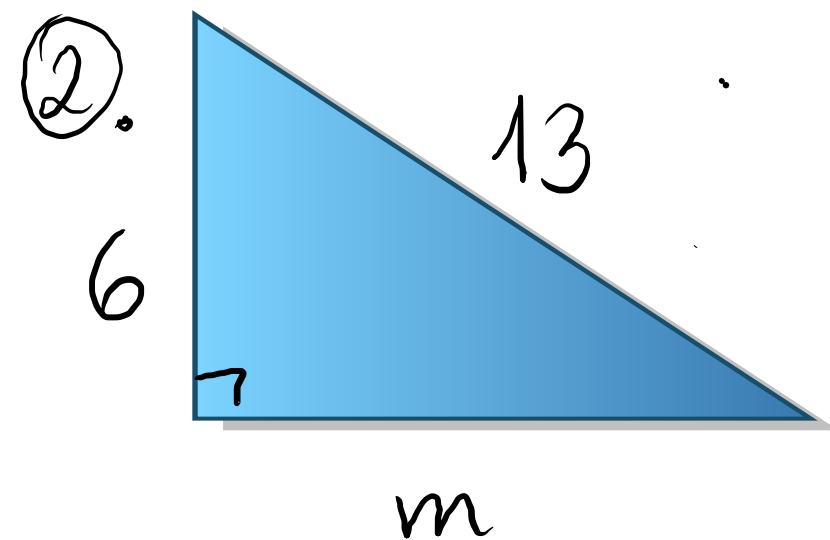
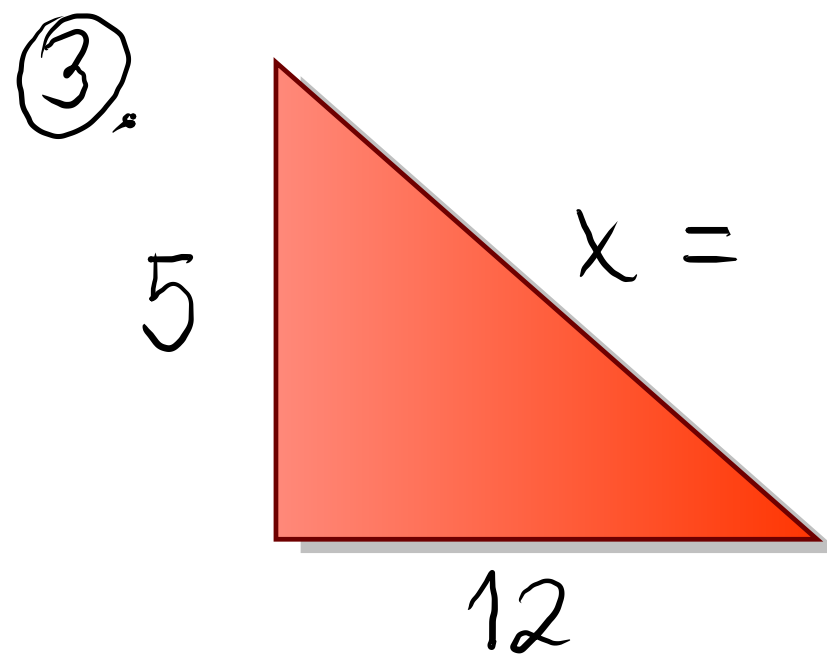
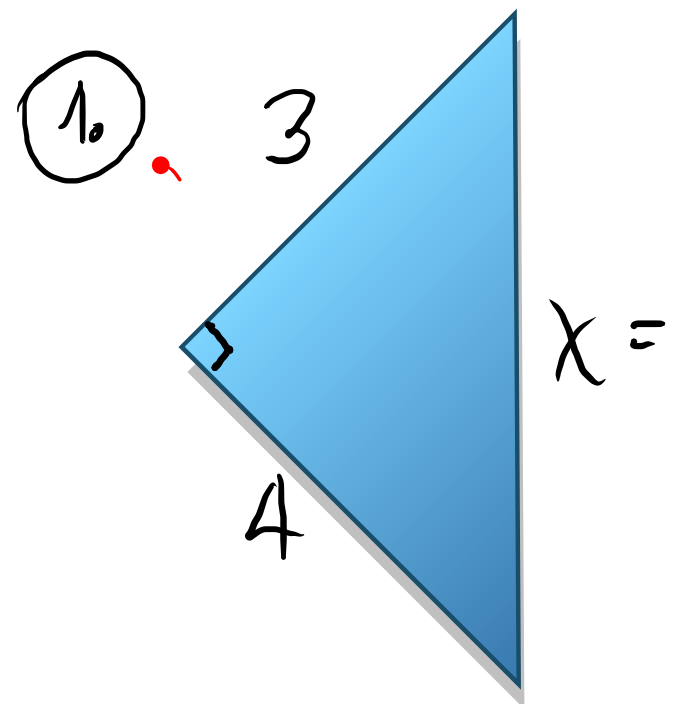


$$x = \sqrt{10^2 - 6^2} \checkmark$$

$$100 - 36$$

$$= \sqrt{64}$$

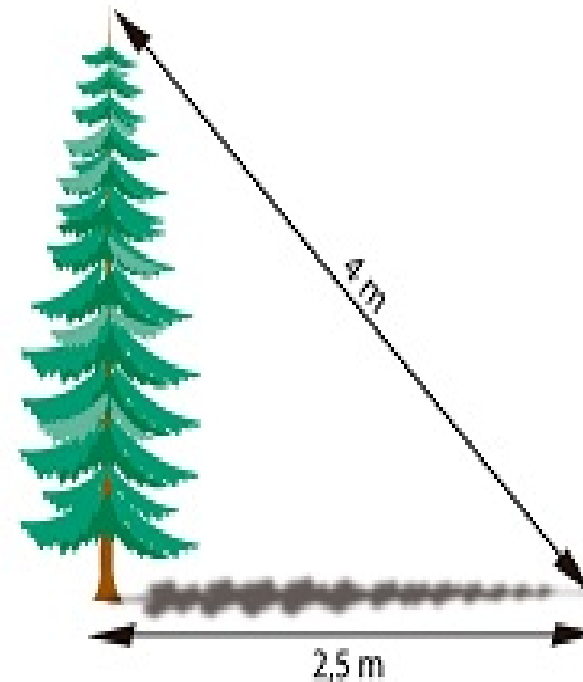
$$= 8$$



Problema 7

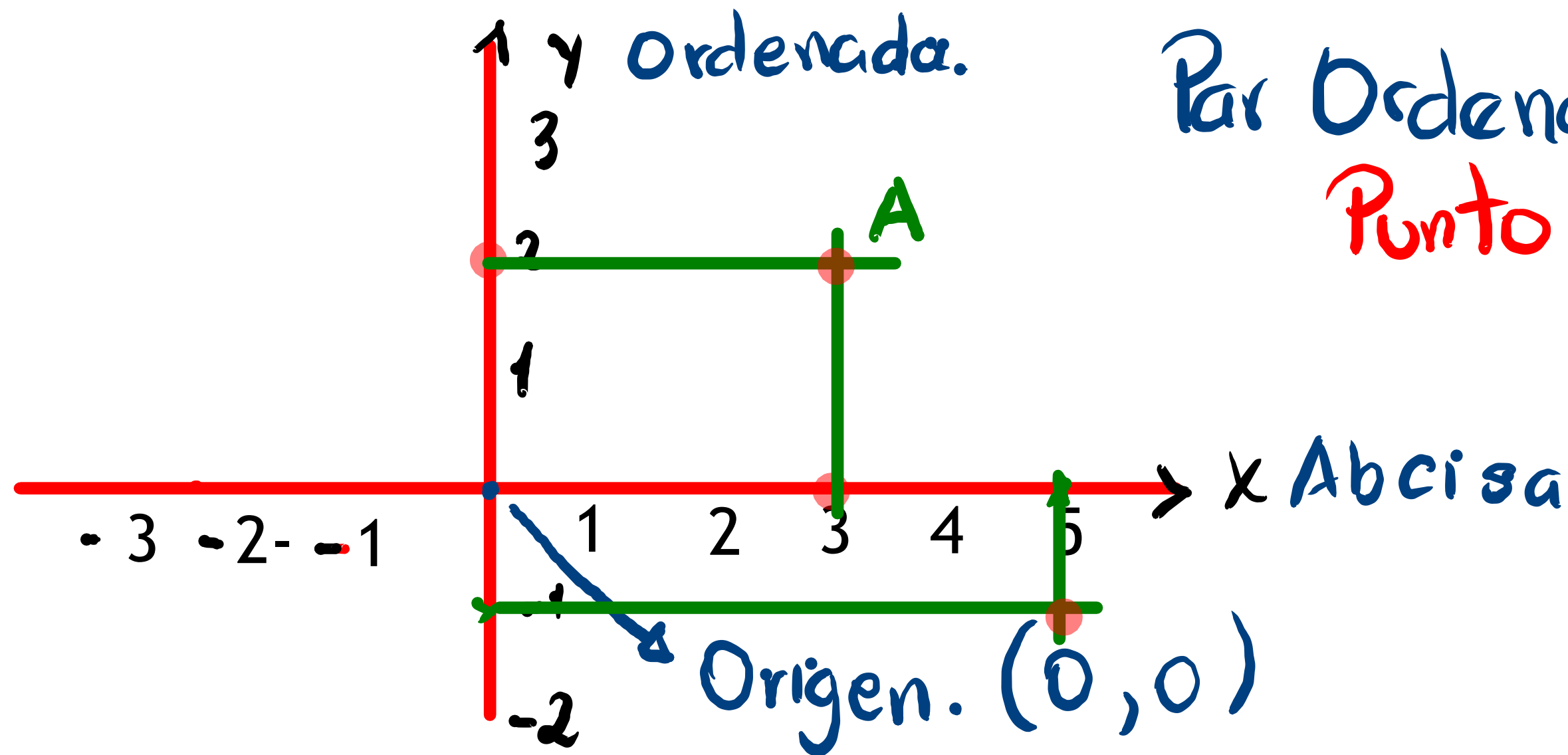
$$1. H = \sqrt{C^2 + C^2}$$

$$2. C = \sqrt{H^2 - C^2}$$

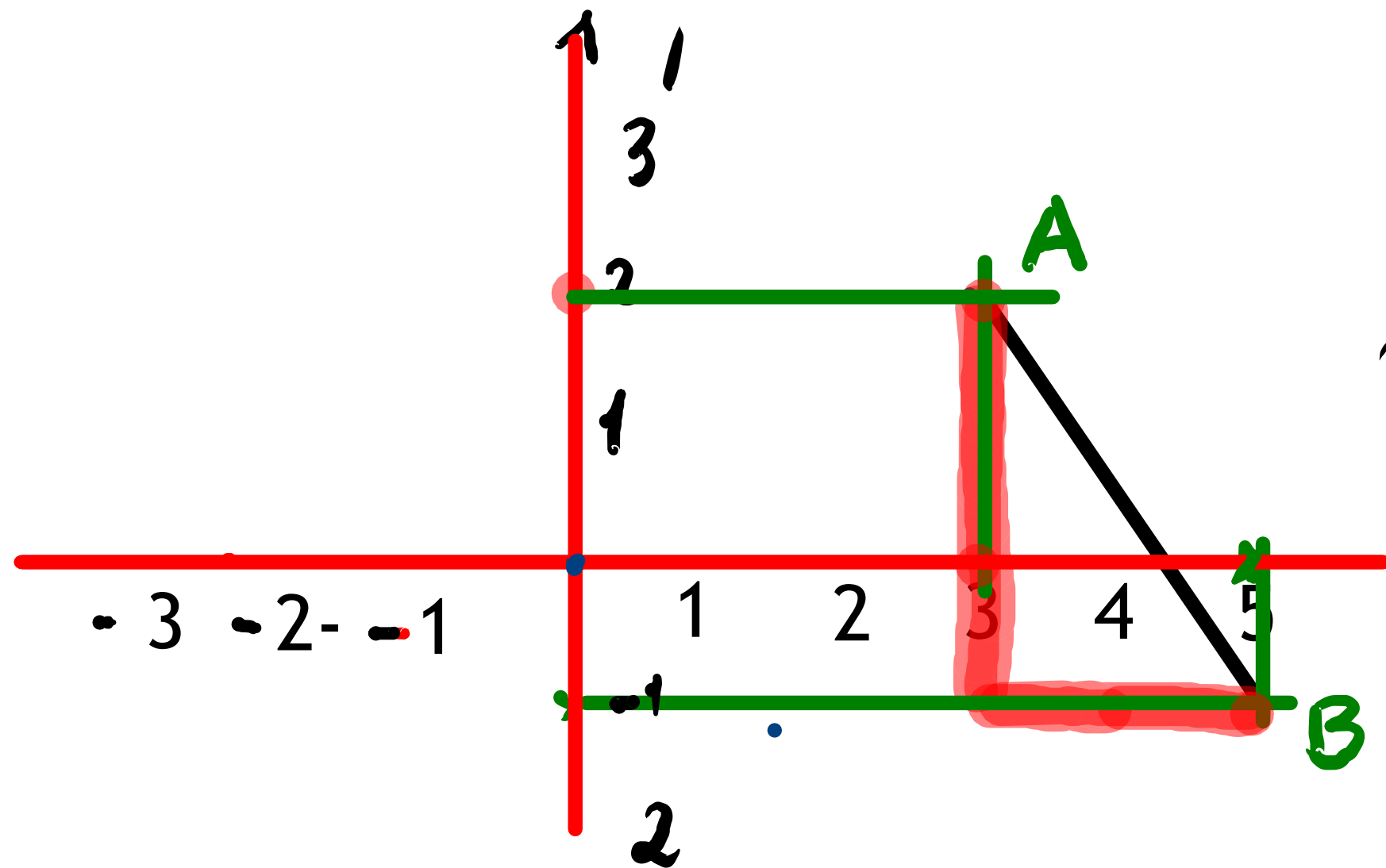


Al atardecer, un árbol proyecta una sombra de 2,5 metros de longitud. Si la distancia desde la parte más alta del árbol al extremo más alejado de la sombra es de 4 metros, ¿cuál es la altura del árbol?

DISTANCIA ENTRE PUNTOS



Par Ordenado (x, y)
Punto A $(3, 2)$
B $(5, -1)$



Unir $\overline{AB}$

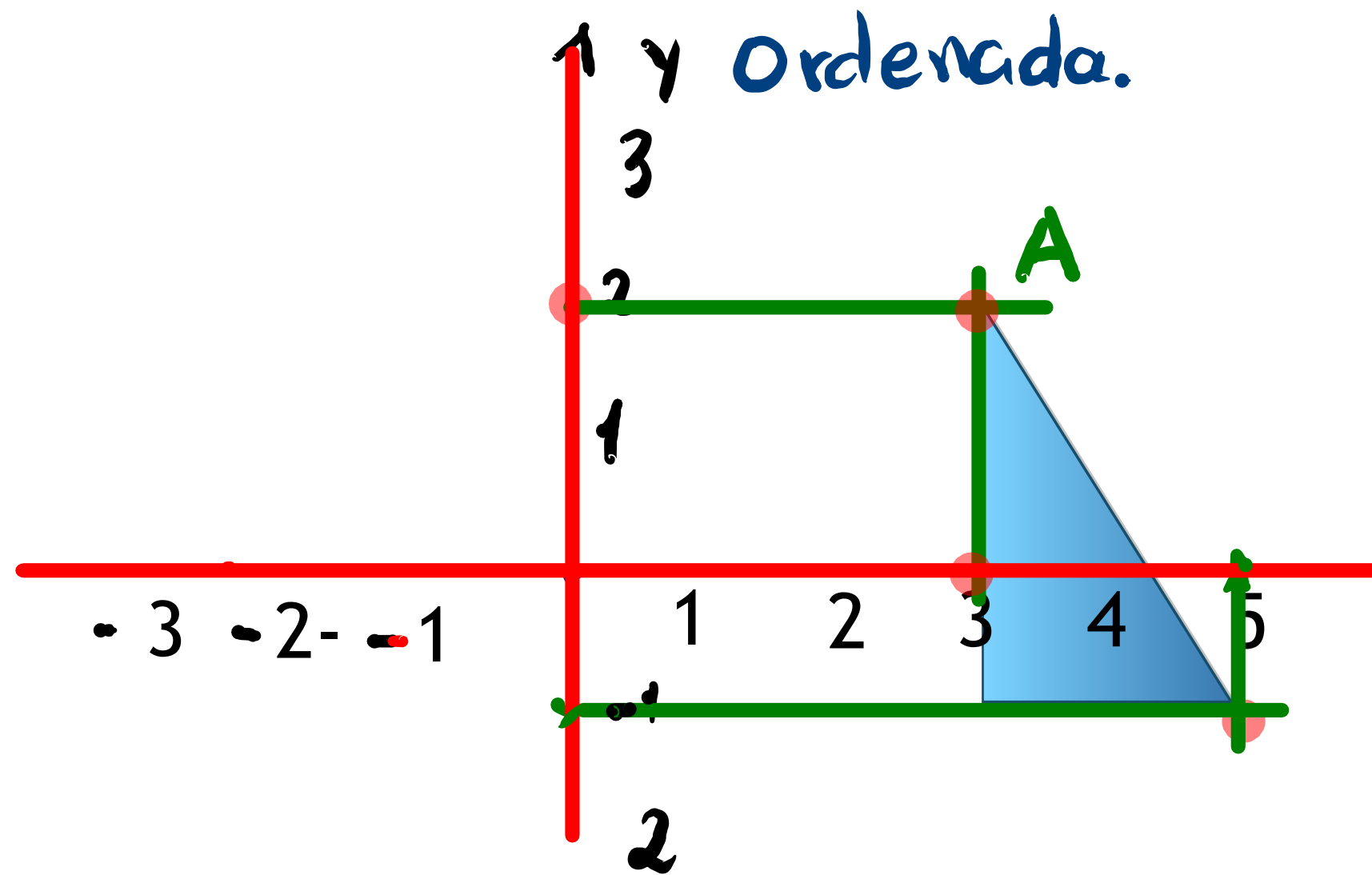
Distancia AB se utiliza
pitágoras $H = \sqrt{c^2 + c^2}$

Solución:
 $\sqrt{3^2 + 2^2}$

9 + 4

$\sqrt{13}$

$\approx 3,6055$



x y
 $A(3, 2)$
 $B(5, -1)$

Fórmula de la distancia.

$$d: \sqrt{(x-x)^2 + (y-y)^2}$$

$$d_{AB} = \sqrt{(3-5)^2 + (2-(-1))^2}$$

$$(-2)^2 + (3)^2$$

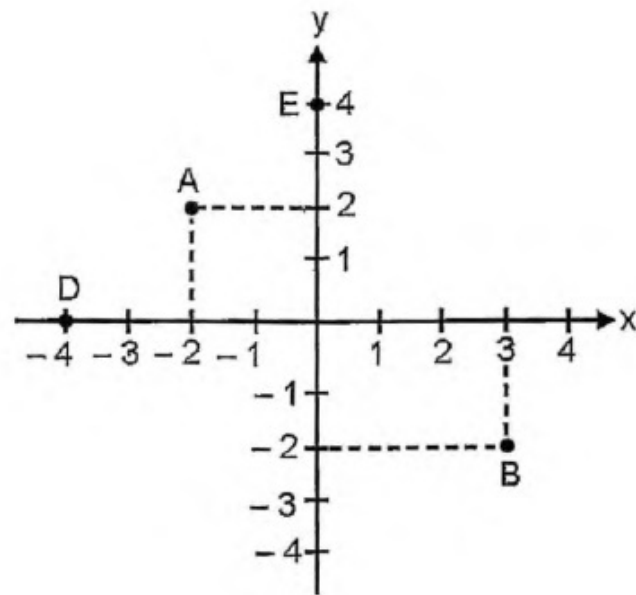
$$4 + 9 = \sqrt{13} \approx 3,6$$

Protocol "c" is
unknown

- 14) Si $A(-2,3)$ y $B(4,6)$ son dos puntos ubicados en un plano cartesiano, entonces, la medida de $\overline{AB}$ corresponde a

- A) $\sqrt{13}$
- B) $\sqrt{27}$
- C) $\sqrt{45}$
- D) $\sqrt{117}$

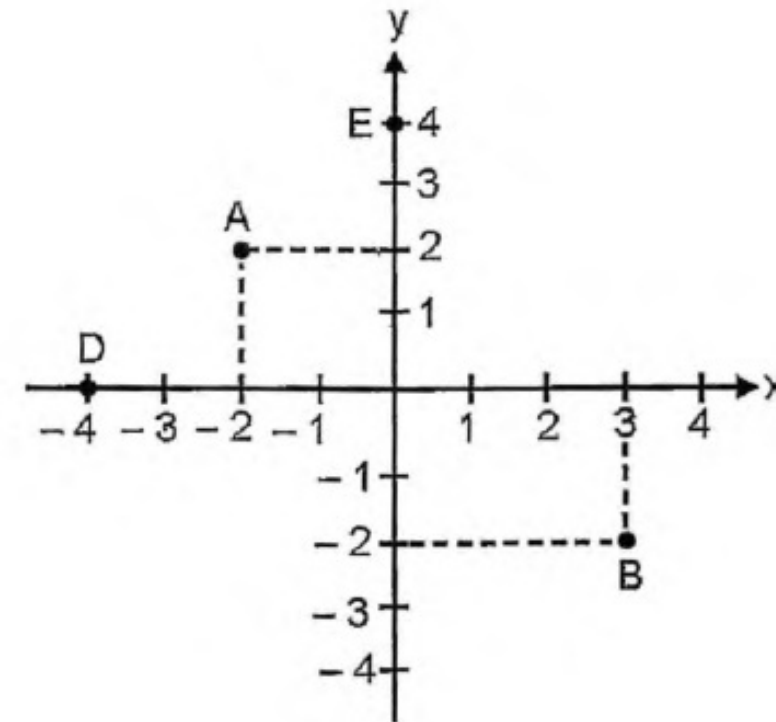
Para contestar los ítems 15 y 16 considere la siguiente información:



- 15) ¿Cuál es la distancia desde el punto A hasta el punto B?

- A) 9
- B) $\sqrt{5}$
- C) $\sqrt{32}$
- D) $\sqrt{41}$

Para contestar los ítems 15 y 16 considere la siguiente información:



- 15) ¿Cuál es la distancia desde el punto A hasta el punto B?

- A) 9
- B) $\sqrt{5}$
- C) $\sqrt{32}$
- D) $\sqrt{41}$